

1. MOTIVATION

Dans de nombreux dispositifs industriels, le transfert de chaleur est assuré par des fluides en mouvement. Ce procédé est par exemple utilisé dans les cœurs de réacteurs nucléaires. L'apport de chaleur au liquide peut déclencher des transitions de phase qui, dans certaines situations, peuvent endommager le dispositif et mener à des accidents. Ainsi, une brutale augmentation de la température de la paroi en contact avec le liquide peut créer un film de vapeur qui l'isole du liquide plus froid engendrant sa dégradation presque instantanée (crise d'ébullition). Notre but est donc de **réaliser des simulations numériques de la dynamique du changement de phase liquide-vapeur**.

2. MODÈLE

Nous adoptons une approche de type *interface diffuse* qui modélise les interfaces liquide-vapeur comme des régions d'épaisseur non nulle à travers lesquelles les grandeurs physiques du fluide varient fortement mais continûment. Ainsi le système d'équations aux dérivées partielles correspond aux équations d'Euler fermé par une loi d'état de mélange $(\rho, \varepsilon) \mapsto P^{eq}$ obtenue par concavification de la fonction $\max(s_{liq}(1/\rho, \varepsilon), s_{vap}(1/\rho, \varepsilon))$, où s_k , $k = liq, vap$ est l'entropie molaire de la phase k .

EDP : système HEM

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0 \\ \partial_t(\rho \mathbf{u}) + \text{div}[\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + P^{eq} \text{Id}] = 0 \\ \partial_t \left[\rho \varepsilon + \frac{|\mathbf{u}|^2}{2} \right] + \text{div} \left[\left(\rho \varepsilon + \frac{|\mathbf{u}|^2}{2} + P^{eq} \right) \mathbf{u} \right] = 0 \end{cases}$$

Variables

ρ densité molaire
 ε énergie interne molaire
 \mathbf{u} vitesse
 $(\rho, \varepsilon) \mapsto P^{eq}$ pression thermodynamique

Remarques

- ① l'entropie obtenue par concavification de la fonction $\max(s_{liq}(1/\rho, \varepsilon), s_{vap}(1/\rho, \varepsilon))$ **n'est pas strictement concave**, néanmoins le système reste **strictement hyperbolique** [2] ;
- ② la vitesse du son étant discontinue, il n'y a **pas d'unicité de la solution** du problème de Riemann dans la classe des solutions entropiques, il est néanmoins possible de résoudre le problème de Riemann de manière unique grâce au **critère entropique de Liu** [6].

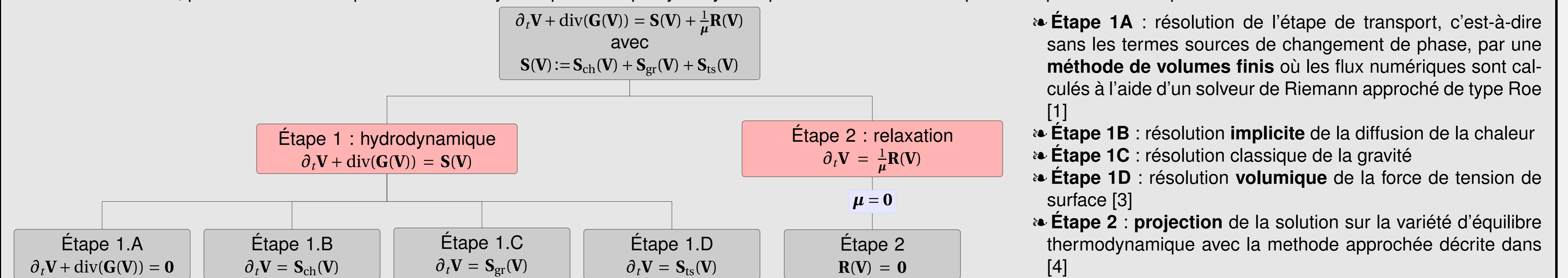
3. APPROCHE PAR RELAXATION

Pour s'assurer de capturer la solution physique, nous proposons une approche de type **relaxation** [5]. Le système HEM est la limite d'un **système augmenté** contenant des termes sources de relaxation $\frac{1}{\mu} \mathbf{R}(\mathbf{V})$: lorsque les temps caractéristiques μ de la transition de phase tendent vers zéro, le système augmenté tend vers le système HEM à l'équilibre thermodynamique modélisant ainsi le phénomène du changement de phase :

$$\text{Système augmenté} \quad \partial_t \mathbf{V} + \text{div}(\mathbf{G}(\mathbf{V})) = \mathbf{S}(\mathbf{V}) + \frac{1}{\mu} \mathbf{R}(\mathbf{V}) \xrightarrow{\mu \rightarrow 0} \text{Système HEM} \quad \partial_t \mathbf{U} + \text{div}(\mathbf{F}(\mathbf{U})) = \mathbf{K}(\mathbf{V})$$

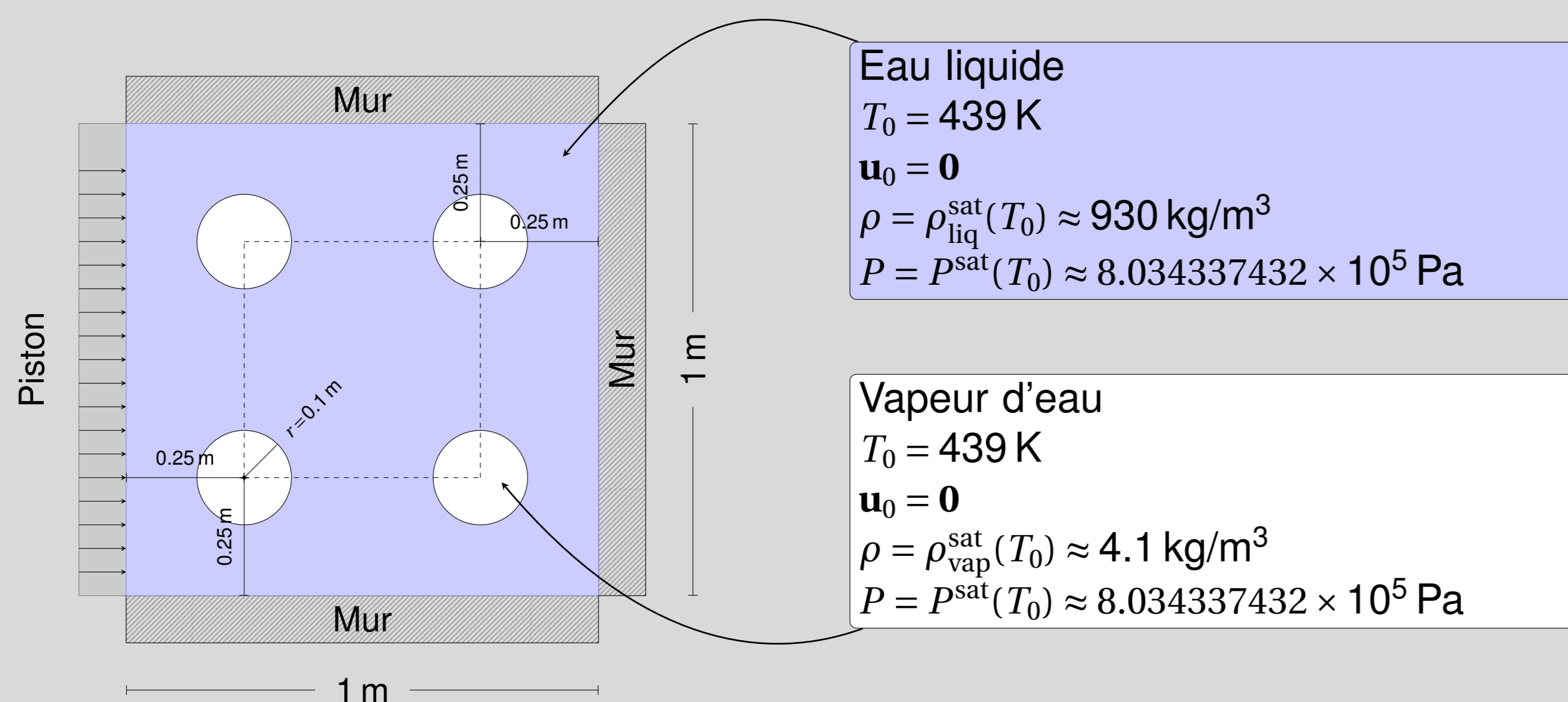
4. SCHÉMA NUMÉRIQUE

La mise en œuvre numérique est basée sur le système augmenté et elle est réalisée par **décomposition d'opérateurs**. Chaque pas de temps est divisé en deux étapes : hydrodynamique sans termes sources, puis relaxation des quantités thermodynamiques. L'étape hydrodynamique est elle aussi décomposée en plusieurs sous-pas.



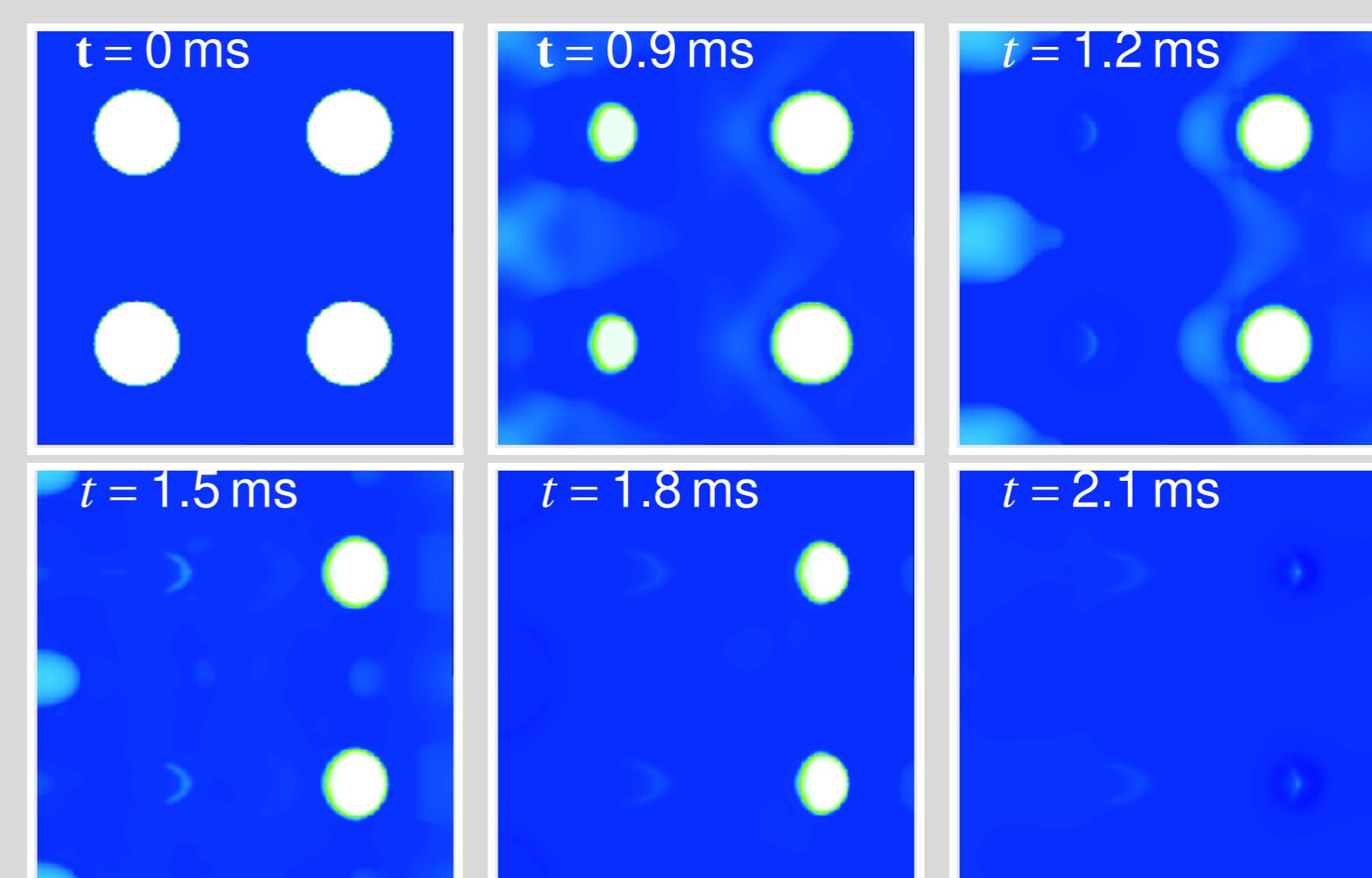
5. UN EXEMPLE NUMÉRIQUE 2D : COMPRESSION DE BULLES DE VAPEUR

Géométrie et configuration initiales



Les deux phases sont décrites par deux lois d'état de type *stiffened gas* dont les coefficients ont été donnés en [4].

Les figures ci-dessous montrent l'évolution temporelle de la densité ρ dans l'intervalle de temps $t = 0 \text{ ms}$, $t = 2.1 \text{ ms}$: le mouvement du piston génère une onde de pression qui comprime la vapeur. Puisque la pression augmente, la vapeur liquéfie : les bulles de vapeurs se rétrécissent et disparaissent.



6. CONCLUSIONS

Les exemples de simulations effectuées mettent en évidence certains avantages du modèle HEM et de la méthode de relaxation, à savoir que, pour un coût de calcul modéré, cette approche permet de capturer sur un maillage eulérien des fronts à la **topologie complexe et changeante** et de **gérer aisément les transitions de phase** dans un cadre purement **compressible** et sans localisation précise de l'interface.

RÉFÉRENCES

- [1] Allaire, G., Clerc, S., and Kokh, S. (2002). A five-equation model for the simulation of interfaces between compressible fluids. *J. Comput. Phys.*, 181(2) :577–616.
- [2] Allaire, G., Faccanoni, G., and Kokh, S. (2007). A strictly hyperbolic equilibrium phase transition model. *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I*, 344 :135–140.
- [3] Brackbill, J. U., Kothe, D. B., and Zemach, C. (1992). A continuum method for modeling surface tension. *J. Comput. Phys.*, 100(2) :335–354.
- [4] Faccanoni, G., Kokh, S., and Allaire, G. (2008). Numerical Simulation with Finite Volume of Dynamic Liquid-Vapor Phase Transition. *Hermes*, 1 :1–1.
- [5] Helluy, P. and Seguin, N. (2006). Relaxation model of phase transition flows. *M2AN, Math. Model. Numer. Anal.*, (40 (2)) :331–352.
- [6] Voß, A. (2005). *Exact Riemann Solution for the Euler Equations with Nonconvex and Nonsmooth Equation of State*. PhD thesis, Rheinisch-Westfälischen.