Paris, 4/11/2016

L(ow) M(ach) N(uclear) C(ore) models

Construction, étude et discrétisation 1D/2D/3D de modèles asymptotiques bas Mach dédiés à la thermohydraulique

Yohan Penel[1]

Stéphane Dellacherie[2] Gloria Faccanoni[3] Bérénice Grec[4]

[1]Équipe ANGE (CEREMA-UPMC-CNRS-INRIA)

[2]DEN/DANS/DM2S/STMF – CEA Saclay & École Polytechnique de Montréal

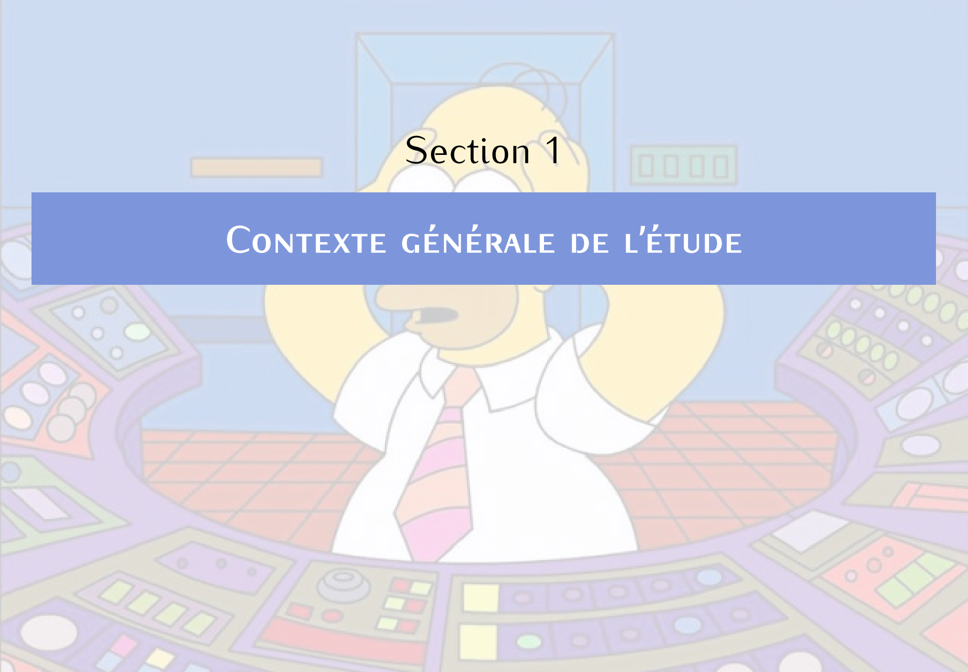
[3]IMATH – Université de Toulon

[4]MAP5 – Université Paris Descartes

Outline

Participants

- Collaborations
  - A. Bidaud (IN2P3)
  - C. Galusinski (Université de Toulon)
  - J. Jung (Université de Pau et des Pays de l'Adour)
  - O. Lafitte (CEA Saclay & Université Paris 13)
  - A. Mekkas (CEA Saclay)
  - P. Rubiolo (IN2P3)
- Stages
  - E. Nayir 2013
  - A. Oliari Negris 2014
  - J.-M. Maurizi 2016
  - T. Lan 2016
- CEMRACS
  - 2011 BASMAC
  - 2015 DIPLOMA



Section 1

CONTEXTE GÉNÉRALE DE L'ÉTUDE

Cadre

Modélisation et simulation numérique des transferts de chaleur

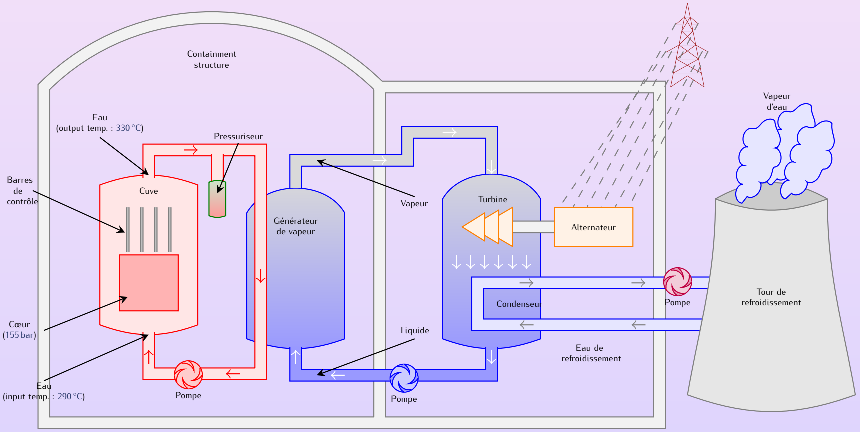
dans un cœur (ou un générateur de vapeur) de réacteurs nucléaires

à caloporteur eau (ou sodium ou sel fondu),

lorsque le régime de convection est à bas nombre de Mach,

avec ou sans changement de phase.

Réacteur à eau Pressurisée

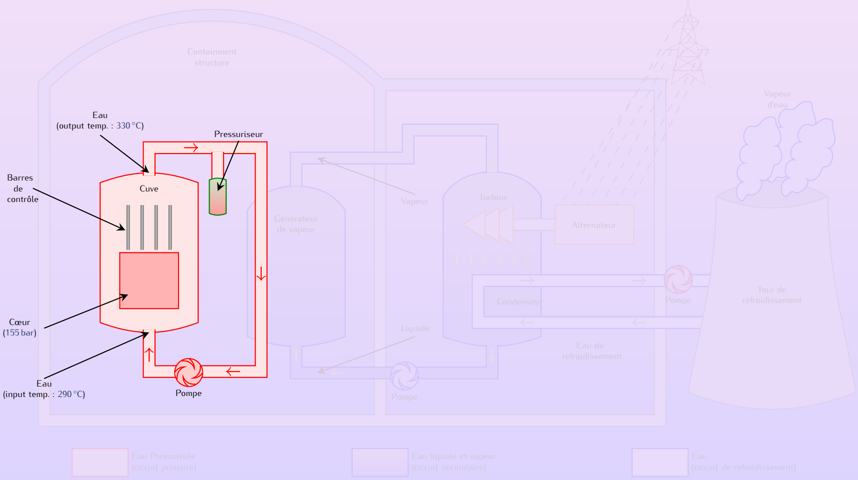


Eau Pressurisée (circuit primaire)

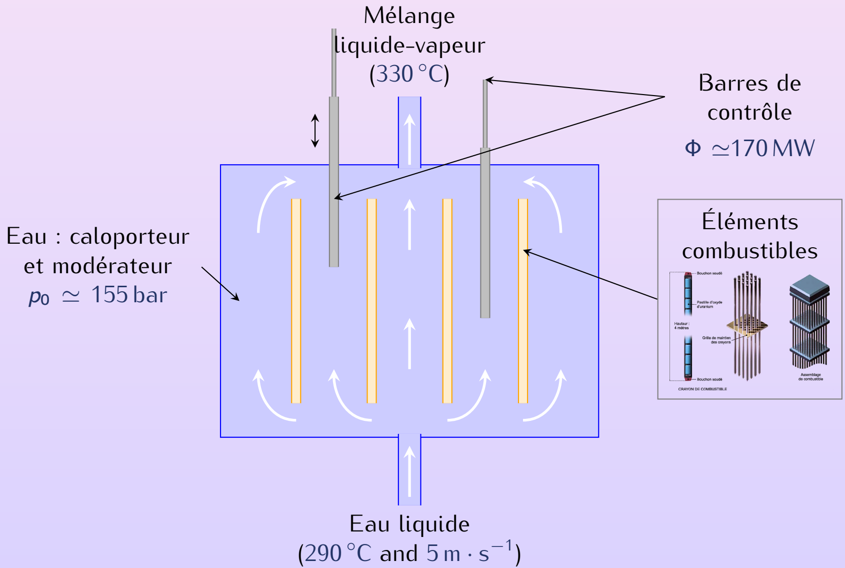
Eau liquide et vapeur (circuit secondaire)

Eau (circuit de refroidissement)

Réacteur à eau Pressurisée



Cœur d'un Réacteur à eau Pressurisée



Cœur d'un REP

Régime nominal

- Vitesse d'entrée : $|\mathrm{u}| \simeq 5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$
- Vitesse du son à $p_0 = 155\,\mathrm{bar}$ et $T = 300\,°\mathrm{C}$: $c_\ell^* \simeq 1.0 \times 10^3\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$
- **Nombre de Mach faible** : $\mathrm{M} = \dfrac{|\mathrm{u}|}{c_\ell^*} \simeq 5 \times 10^{-3} \ll 1$
- **Transferts thermiques importants** : $\operatorname{div}\mathrm{u} \neq 0$

C'est aussi le cas

- pour les régimes incidentels
- pour certains scénarios accidentels comme le LOFA (Loss of Flow Accident) [1] *même avec changement de phase*

Les phénomènes acoustiques sont négligeable (pas d'ondes de choc) MAIS les transferts thermiques sont importants

1. Sauf pour une dépressurisation très rapide comme le LOCA (Loss of Coolant Accident)

Cœur d'un REP

Régime nominal

- Vitesse d'entrée : $|\mathrm{u}| \simeq 5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$
- Vitesse du son à $p_0 = 155\,\mathrm{bar}$ et $T = 300\,°\mathrm{C}$: $c_\ell^* \simeq 1.0 \times 10^3\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$
- **Nombre de Mach faible** : $\mathrm{M} = \dfrac{|\mathrm{u}|}{c_\ell^*} \simeq 5 \times 10^{-3} \ll 1$
- **Transferts thermiques importants** : $\mathrm{div}\,\mathrm{u} \neq 0$

C'est aussi le cas

- pour les régimes incidentels
- pour certains scénarios accidentels comme le LOFA (Loss of Flow Accident) [1] *même avec changement de phase*

Les phénomènes acoustiques sont négligeable (pas d'ondes de choc) MAIS les transferts thermiques sont importants

1. Sauf pour une dépressurisation très rapide comme le LOCA (Loss of Coolant Accident)

Approche classique

Les codes industriels de thermohydraulique système (*e.g.* Cathare, Flica4 et Relap) utilisent des **modèles compressibles** de type Navier-Stokes dans lesquelles les **ondes acoustiques** sont prises en compte.

- en théorie, ils sont adaptés à **tout nombre de Mach**
- en pratique, la prise en compte de l'acoustique à bas nombre de Mach dans un code compressible a un **coût important** en terme de **temps CPU**, de **robustesse** et/ou de **précision** selon le schéma compressible utilisé

Constat :

si l'écoulement est à bas nombre de Mach, l'acoustique peut être négligée.

Approche classique

Les codes industriels de thermohydraulique système (*e.g.* Cathare, Flica4 et Relap) utilisent des **modèles compressibles** de type Navier-Stokes dans lesquelles les **ondes acoustiques** sont prises en compte.

- en théorie, ils sont adaptés à **tout nombre de Mach**
- en pratique, la prise en compte de l'acoustique à bas nombre de Mach dans un code compressible a un **coût important** en terme de **temps CPU**, de **robustesse** et/ou de **précision** selon le schéma compressible utilisé

Constat :

si l'écoulement est à bas nombre de Mach, l'acoustique peut être négligée.

Approche classique

Les codes industriels de thermohydraulique système (*e.g.* Cathare, Flica4 et Relap) utilisent des **modèles compressibles** de type Navier-Stokes dans lesquelles les **ondes acoustiques** sont prises en compte.

- en théorie, ils sont adaptés à **tout nombre de Mach**
- en pratique, la prise en compte de l'acoustique à bas nombre de Mach dans un code compressible a un **coût important** en terme de **temps CPU**, de **robustesse** et/ou de **précision** selon le schéma compressible utilisé

Constat :

si l'écoulement est à bas nombre de Mach, l'acoustique peut être négligée.

Approche classique

Les codes industriels de thermohydraulique système (*e.g.* Cathare, Flica4 et Relap) utilisent des **modèles compressibles** de type Navier-Stokes dans lesquelles les **ondes acoustiques** sont prises en compte.

- en théorie, ils sont adaptés à **tout nombre de Mach**
- en pratique, la prise en compte de l'acoustique à bas nombre de Mach dans un code compressible a un **coût important** en terme de **temps CPU**, de **robustesse** et/ou de **précision** selon le schéma compressible utilisé

Constat :

si l'écoulement est à bas nombre de Mach, l'acoustique peut être négligée.

Approche bas Mach

Lorsque l'écoulement est en régime bas Mach, on se propose de

- **construire des modèles** via des développements asymptotiques bas Mach appliqués à des modèles compressibles de type Navier-Stokes,
- **étudier** les modèles ainsi proposés
  - **mathématiquement** (solutions analytiques, propriétés de positivité, etc.)
  - **numériquement** (construction de schémas préservant ces propriétés)

Intérêts de l'approche bas Mach

Approche complémentaire des études basés sur des **modélisations compressibles** :

1. Nouvelles informations (théoriques et numériques) utiles pour comprendre la thermohydraulique en régime bas Mach
2. Aide à la validation des codes industriels compressibles dans le régime bas Mach

Approche bas Mach

Lorsque l'écoulement est en régime bas Mach, on se propose de

- **construire des modèles** via des développements asymptotiques bas Mach appliqués à des modèles compressibles de type Navier-Stokes,
- **étudier** les modèles ainsi proposés
  - **mathématiquement** (solutions analytiques, propriétés de positivité, etc.)
  - **numériquement** (construction de schémas préservant ces propriétés)

Intérêts de l'approche bas Mach

Approche complémentaire des études basés sur des **modélisations compressibles** :

1. Nouvelles informations (théoriques et numériques) utiles pour comprendre la thermohydraulique en régime bas Mach
2. Aide à la validation des codes industriels compressibles dans le régime bas Mach

Section 2

Le modèle LMNC - EDP

Modèle LMNC

- L'approche bas Mach a d'abord été appliquée au cas **monophasique**, le modèle bas Mach proposé étant nommé

  Low Mach Nuclear Core (LMNC) model

> ✏ S. Dellacherie. *On a low Mach nuclear core model. ESAIM Proc.*, 2012. Article issu du congrès SMAI-2011

- Le modèle LMNC a été enrichi avec un modèle de **changement de phase** avec des lois de type Noble-Abel-Stiffened-Gas (NASG) pour chaque phase pure.
- Des **solutions analytiques 1D** instationnaires et stationnaires ont été établies avec ou sans changement de phase.

> ✏ M. Bernard, S. Dellacherie, G. Faccanoni, B. Grec, O. Lafitte, T.-T. Nguyen and Y. Penel. *Study of a low Mach nuclear core model for single-phase flow. ESAIM Proc.*, 2012. Article issu du projet BASMAC au CEMRACS-2011.

> ✏ M. Bernard, S. Dellacherie, G. Faccanoni, B. Grec and Y. Penel. *Study of a low Mach nuclear core model for two-phase flows with phase transition I : stiffened gas law. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 2014

Modèle LMNC

- L'approche bas Mach a d'abord été appliquée au cas **monophasique**, le modèle bas Mach proposé étant nommé

Low Mach Nuclear Core (LMNC) model

> ✏ S. Dellacherie. *On a low Mach nuclear core model. ESAIM Proc.*, 2012. Article issu du congrès SMAI-2011

- Le modèle LMNC a été enrichi avec un modèle de **changement de phase** avec des lois de type Noble-Abel-Stiffened-Gas (NASG) pour chaque phase pure.
- Des **solutions analytiques 1D** instationnaires et stationnaires ont été établies avec ou sans changement de phase.

> ✏ M. Bernard, S. Dellacherie, G. Faccanoni, B. Grec, O. Lafitte, T.-T. Nguyen and Y. Penel. *Study of a low Mach nuclear core model for single-phase flow. ESAIM Proc.*, 2012. Article issu du projet BASMAC au CEMRACS-2011.

> ✏ M. Bernard, S. Dellacherie, G. Faccanoni, B. Grec and Y. Penel. *Study of a low Mach nuclear core model for two-phase flows with phase transition I : stiffened gas law. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 2014

Modèle LMNC

- L'approche bas Mach a d'abord été appliquée au cas **monophasique**, le modèle bas Mach proposé étant nommé

  Low Mach Nuclear Core (LMNC) model

> ✏ S. Dellacherie. *On a low Mach nuclear core model. ESAIM Proc.*, 2012. Article issu du congrès SMAI-2011

- Le modèle LMNC a été enrichi avec un modèle de **changement de phase** avec des lois de type Noble-Abel-Stiffened-Gas (NASG) pour chaque phase pure.
- Des **solutions analytiques 1D** instationnaires et stationnaires ont été établies avec ou sans changement de phase.

> ✏ M. Bernard, S. Dellacherie, G. Faccanoni, B. Grec, O. Lafitte, T.-T. Nguyen and Y. Penel. *Study of a low Mach nuclear core model for single-phase flow. ESAIM Proc.*, 2012. Article issu du projet BASMAC au CEMRACS-2011.

> ✏ M. Bernard, S. Dellacherie, G. Faccanoni, B. Grec and Y. Penel. *Study of a low Mach nuclear core model for two-phase flows with phase transition I : stiffened gas law. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 2014

Le modèle à bas nombre de Mach

$$p(t,\mathrm{x}) = p_0(t) + \bar{p}(t,\mathrm{x}) \text{ avec } \frac{\bar{p}(t,\mathrm{x})}{p(t,\mathrm{x})} = \mathcal{O}(\mathrm{M}^2)$$

$$\boxed{\begin{cases} \mathrm{div}(\mathrm{u}) = -\dfrac{p_0'(t)}{\varrho(h,p_0)(c^*(h,p_0))^2} + \dfrac{\beta(h,p_0)}{p_0(t)}[\Phi + \mathrm{div}(\lambda \cdot \nabla T(h,p_0))] \\ \varrho(h,p_0)\Big(\partial_t h + \mathrm{u}\cdot\nabla h\Big) = \Phi + p_0'(t) + \mathrm{div}(\lambda\cdot\nabla T(h,p_0)) \\ \varrho(h,p_0)\Big(\partial_t \mathrm{u} + (\mathrm{u}\cdot\nabla)\mathrm{u}\Big) + \nabla\bar{p} = \mathrm{div}(\sigma(\mathrm{u})) + \varrho(h,p_0)\mathrm{g} \end{cases}}$$

- Inconnues
- Quantités connues
- Fermetures :

Le modèle à bas nombre de Mach

$$p(t,\mathrm{x}) = p_0(t) + \bar{p}(t,\mathrm{x}) \text{ avec } \frac{\bar{p}(t,\mathrm{x})}{p(t,\mathrm{x})} = \mathcal{O}(\mathrm{M}^2)$$

$$\begin{cases} \mathrm{div}(\mathrm{u}) = -\dfrac{p_0'(t)}{\varrho(h,p_0)(c^*(h,p_0))^2} + \dfrac{\beta(h,p_0)}{p_0(t)}[\Phi + \mathrm{div}(\lambda \cdot \nabla T(h,p_0))] \\ \varrho(h,p_0)\Big(\partial_t h + \mathrm{u}\cdot\nabla h\Big) = \Phi + p_0'(t) + \mathrm{div}(\lambda\cdot\nabla T(h,p_0)) \\ \varrho(h,p_0)\Big(\partial_t \mathrm{u} + (\mathrm{u}\cdot\nabla)\mathrm{u}\Big) + \nabla\bar{p} = \mathrm{div}(\sigma(\mathrm{u})) + \varrho(h,p_0)\mathrm{g} \end{cases}$$

- **Inconnues**
  - $(t,\mathrm{x}) \mapsto \mathrm{u}$ vitesse
  - $(t,\mathrm{x}) \mapsto h$ enthalpie
  - $(t,\mathrm{x}) \mapsto \bar{p}$ pression dynamique
- **Quantités connues**
- **Fermetures :**

Le modèle à bas nombre de Mach

$$p(t,x) = p_0(t) + \bar{p}(t,x) \text{ avec } \frac{\bar{p}(t,x)}{p(t,x)} = \mathcal{O}(M^2)$$

$$\begin{cases} \operatorname{div}(u) = -\dfrac{p_0'(t)}{\varrho(h,p_0)(c^*(h,p_0))^2} + \dfrac{\beta(h,p_0)}{p_0(t)}[\Phi + \operatorname{div}(\lambda\cdot\nabla T(h,p_0))] \\ \varrho(h,p_0)\Big(\partial_t h + u\cdot\nabla h\Big) = \Phi + p_0'(t) + \operatorname{div}(\lambda\cdot\nabla T(h,p_0)) \\ \varrho(h,p_0)\Big(\partial_t u + (u\cdot\nabla)u\Big) + \nabla\bar{p} = \operatorname{div}(\sigma(u)) + \varrho(h,p_0)g \end{cases}$$

- ► Inconnues
- ▼ Quantités connues
  - $(t,x) \mapsto \Phi \geq 0$ densité de puissance
  - g gravité
  - $t \mapsto p_0$ pressions thermodynamique
- ► Fermetures :

Le modèle à bas nombre de Mach

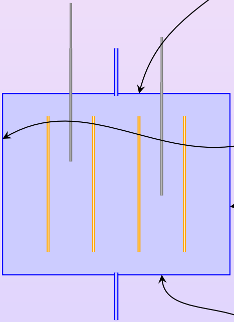
$$p(t,\mathrm{x}) = p_0(t) + \bar{p}(t,\mathrm{x}) \text{ avec } \frac{\bar{p}(t,\mathrm{x})}{p(t,\mathrm{x})} = \mathcal{O}(\mathrm{M}^2)$$

$$\begin{cases} \mathrm{div}(\mathrm{u}) = -\dfrac{p_0'(t)}{\varrho(h,p_0)(c^*(h,p_0))^2} + \dfrac{\beta(h,p_0)}{p_0(t)}[\Phi + \mathrm{div}(\lambda\cdot\nabla T(h,p_0))] \\ \varrho(h,p_0)\Big(\partial_t h + \mathrm{u}\cdot\nabla h\Big) = \Phi + p_0'(t) + \mathrm{div}(\lambda\cdot\nabla T(h,p_0)) \\ \varrho(h,p_0)\Big(\partial_t \mathrm{u} + (\mathrm{u}\cdot\nabla)\mathrm{u}\Big) + \nabla\bar{p} = \mathrm{div}(\sigma(\mathrm{u})) + \varrho(h,p_0)\mathrm{g} \end{cases}$$

- Inconnues
- Quantités connues
- Fermetures : $(h,p_0) \mapsto (\varrho,\lambda)$ densité, conductivité thermique,

$$\Longrightarrow \begin{cases} (h,p_0) \mapsto \beta \overset{\text{def}}{=} -\frac{p_0}{\varrho^2(h,p_0)} \left.\frac{\partial\varrho}{\partial h}\right|_{p_0} & \text{coefficient de compressibilité} \\ (h,p_0) \mapsto T & \text{température} \\ (h,p_0) \mapsto c^* & \text{vitesse du son} \end{cases}$$

Conditions aux bords



Sortie libre

$$\sigma(\mathrm{u})\mathrm{n} - \bar{p}\mathrm{n} = 0$$

Glissement

$$\begin{cases} \mathrm{u} \cdot \mathrm{n} = 0 \\ (\sigma(\mathrm{u})\mathrm{n}) \cdot \boldsymbol{\tau} = 0 \end{cases}$$

Inflow

$$\begin{cases} h = h_e(t, x), \\ (\varrho \mathrm{u}) = (0, D_e(t, x)) \end{cases}$$

Section 3

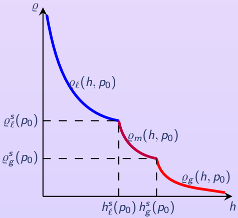
Fermeture thermodynamique

Loi d'état "par morceaux"

- Le liquide $\kappa = \ell$ et sa vapeur $\kappa = g$ sont caractérisés par leurs propres propriétés thermodynamiques : $(h, p_0) \mapsto \varrho_\kappa$
- Dans le mélange, on suppose que les deux phases sont à saturation : $T = T^s(p_0)$ et on définit

$$h_\kappa^s(p_0) \stackrel{\text{def}}{=} h_\kappa\big(p_0, T^s(p_0)\big), \qquad \varrho_\kappa^s(p_0) \stackrel{\text{def}}{=} \varrho_\kappa\big(p_0, T^s(p_0)\big) = \varrho_\kappa\big(h_\kappa^s, p_0\big).$$

$$\boxed{\varrho(h, p_0) = \begin{cases} \varrho_\ell(h, p_0), & \text{si } h \le h_\ell^s(p_0), \\ \varrho_m(h, p_0), & \text{si } h_\ell^s(p_0) < h < h_g^s(p_0), \\ \varrho_g(h, p_0), & \text{si } h \ge h_g^s(p_0), \end{cases}}$$

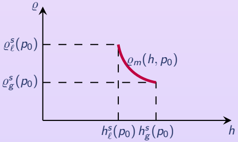


Loi d'état dans le mélange liquide-vapeur

$$\begin{cases} \varrho = \alpha\varrho_g^s(p_0) + (1-\alpha)\varrho_\ell^s(p_0) \\ \varrho h = \alpha\varrho_g^s(p_0)h_g^s(p_0) + (1-\alpha)\varrho_\ell^s(p_0)h_\ell^s(p_0) \end{cases} \quad \text{pour } h \in [h_\ell^s(p_0); h_g^s(p_0)]$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\varrho_m(h,p_0) = \frac{p_0/\beta_m(p_0)}{h - q_m(p_0)}}$$



où

$$\beta_m(p_0) \stackrel{\text{def}}{=} p_0 \frac{\dfrac{1}{\varrho_g^s} - \dfrac{1}{\varrho_\ell^s}}{h_g^s - h_\ell^s} = -\frac{p_0}{\varrho_m(h,p_0)} \left.\frac{\partial \varrho_m}{\partial h}\right|_{p_0} \qquad q_m(p_0) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\varrho_g^s h_g^s - \varrho_\ell^s h_\ell^s}{\varrho_g^s - \varrho_\ell^s}$$

Lois d'état pour les phases pures

- Loi Analytique :

$$(h, p_0) \mapsto \varrho \implies \begin{cases} (h, p_0) \mapsto \beta \stackrel{\text{def}}{=} -\dfrac{p_0}{\varrho^2(h, p_0)} \left.\dfrac{\partial \varrho}{\partial h}\right|_{p_0} \\ (h, p_0) \mapsto T \\ (h, p_0) \mapsto c^* \end{cases}$$

  - Noble Abel Stiffened Gas $\varrho_\kappa(h, p_0) = \dfrac{p_0/\beta_\kappa}{h - \hat{q}_\kappa}$
  - Van der Waals $h(\varrho, p_0)$
  - etc.

- Utilisation de données expérimentales :
  - régressions polynomiales pour chaque ϱ, T, c^*, $1/c_P$, etc.
  - construction par différences finies pour β_κ

Section 4

1D – solutions analytiques

Le modèle 1D simplifié

$$p_0(t) = 155\,\text{bar}\ \forall t$$

$$\lambda = 0\,\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

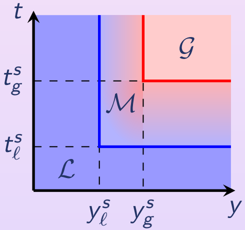
1D

$$\boxed{\begin{cases} \partial_y v = \dfrac{\beta(h)}{p_0}\Phi \\ \partial_t h + v\partial_y h = \dfrac{\Phi}{\varrho(h)} \\ \partial_t(\varrho(h)v) + \partial_y(\varrho v^2 + \bar{p}) - \partial_y(\mu\partial_y v) = -g\varrho(h) \end{cases}}$$

- Solution asymptotique pour toute loi d'état
- Solution en transitoire sans ou avec changement de phase lorsqu'on considère une loi d'état NASG

NASG avec changement de phase

Φ, v_e, h_e, h_0 : constants ; IC et BC : phase liquide.

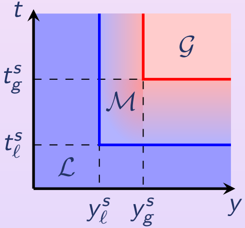


$$y_\ell^s = \frac{D_e}{\Phi}(h_\ell^s - h_e)$$
$$y_g^s = \frac{D_e}{\Phi}(h_g^s - h_e)$$
$$t_\ell^s = \frac{1}{\hat{\Phi}_\ell} \ln\left(\frac{h_\ell^s - \hat{q}_\ell}{h_0 - \hat{q}_\ell}\right)$$
$$t_g^s = t_\ell^s + \frac{1}{\hat{\Phi}_m} \ln\left(\frac{h_g^s - \hat{q}_m}{h_\ell^s - \hat{q}_m}\right)$$

- **Vitesse**
- **Enthalpie**

NASG avec changement de phase

Φ, v_e, h_e, h_0 : constants ; IC et BC : phase liquide.



$$
\begin{aligned}
y_\ell^s &= \frac{D_e}{\Phi}(h_\ell^s - h_e) \\
y_g^s &= \frac{D_e}{\Phi}(h_g^s - h_e) \\
t_\ell^s &= \frac{1}{\hat{\Phi}_\ell} \ln\left(\frac{h_\ell^s - \hat{q}_\ell}{h_0 - \hat{q}_\ell}\right) \\
t_g^s &= t_\ell^s + \frac{1}{\hat{\Phi}_m} \ln\left(\frac{h_g^s - \hat{q}_m}{h_\ell^s - \hat{q}_m}\right)
\end{aligned}
$$

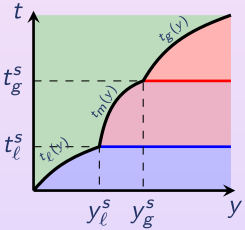
▼ **Vitesse**

$$
v(t,y) = \begin{cases} v_e + y\hat{\Phi}_\ell & \text{si } (t,y) \in \mathcal{L}, \\ v_e + y_\ell^s\hat{\Phi}_\ell + (y - y_\ell^s)\hat{\Phi}_m & \text{si } (t,y) \in \mathcal{M}, \\ v_e + y_\ell^s\hat{\Phi}_\ell + (y_g^s - y_\ell^s)\hat{\Phi}_m + (y - y_g^s)\hat{\Phi}_g & \text{si } (t,y) \in \mathcal{G}, \end{cases}
$$

► **Enthalpie**

NASG AVEC CHANGEMENT DE PHASE

Φ, v_e, h_e, h_0 : constants ; IC et BC : phase liquide.



$$y_\ell^s = \frac{D_e}{\Phi}(h_\ell^s - h_e)$$
$$y_g^s = \frac{D_e}{\Phi}(h_g^s - h_e)$$
$$t_\ell^s = \frac{1}{\hat{\Phi}_\ell} \ln\left(\frac{h_\ell^s - \hat{q}_\ell}{h_0 - \hat{q}_\ell}\right)$$
$$t_g^s = t_\ell^s + \frac{1}{\hat{\Phi}_m} \ln\left(\frac{h_g^s - \hat{q}_m}{h_\ell^s - \hat{q}_m}\right)$$

- ► Vitesse
- ▼ Enthalpie :

$$h(t,y) = \begin{cases} q_\ell + (h_0 - \hat{q}_\ell)e^{\hat{\Phi}_\ell t} & \text{si } (t,y) \in \mathcal{L} \text{ et } t < t_\ell(y), \\ q_m + (h_\ell^s - \hat{q}_m)e^{\hat{\Phi}_m (t - t_\ell^s)} & \text{si } (t,y) \in \mathcal{M} \text{ et } t < t_m(y), \\ q_g + (h_g^s - \hat{q}_g)e^{\hat{\Phi}_g (t - t_g^s)} & \text{si } (t,y) \in \mathcal{G} \text{ et } t < t_g(y), \\ h_e + \frac{\Phi}{D_e} y & \text{sinon.} \end{cases}$$

Section 5

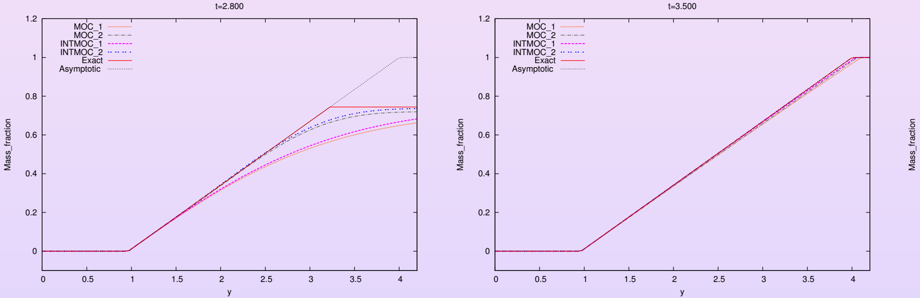
Schémas numériques 1D/2D/3D

Schémas numériques

Ont été proposés et validés à l'aide des solutions analytiques…

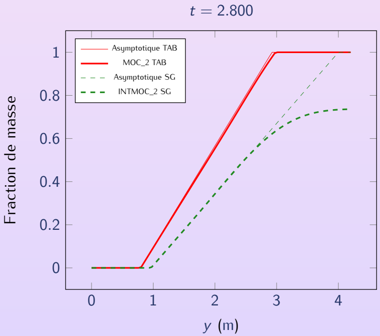
- **1D** des schémas explicites, inconditionnellement stables et précis (ordre 3) basés sur une méthode des caractéristiques (sans conductivité thermique)
- **2D/3D** des schémas de type éléments finis couplés à une méthode des caractéristiques avec FreeFem++ (sans ou avec conductivité thermique)
- **3D** un schéma de type volumes finis sur grille MAC avec une méthode de prédiction-correction en pression (sans conductivité thermique)

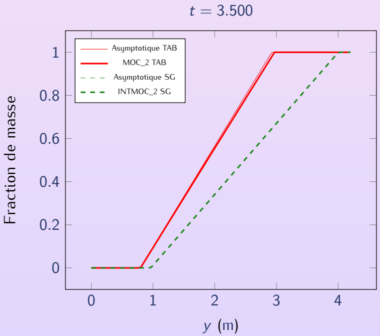
SG : MOC (ordre 1 ou 2) vs INTMOC (ordre 1 ou 2)



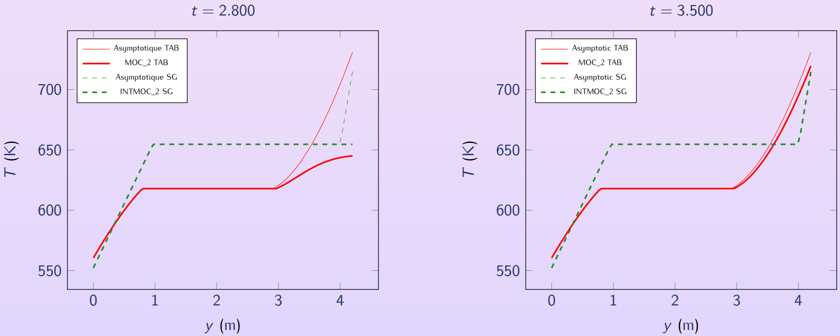
- Le domaine est initialement rempli par de l'eau à l'état liquide
- À $t = 1.769\,\mathrm{s}$ apparition du mélange pour $y > y_\ell^s \simeq 0.964\,\mathrm{m}$
- À $t = 2.929\,\mathrm{s}$ apparition de la vapeur pour $y > y_g^s \simeq 4.002\,\mathrm{m}$
- L'état asymptotique est atteint à $t = 2.957\,\mathrm{s}$

SG (INTMOC 2) vs TAB (MOC 2)



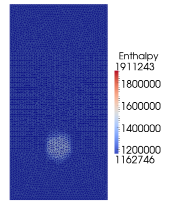


SG (INTMOC 2) vs TAB (MOC 2)

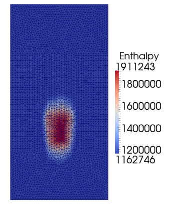


(Non) influence de la diffusion thermique

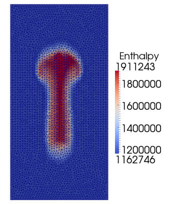
Enthalpie avec diffusion thermique :



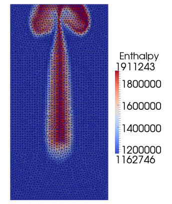
$t = 0.05\,\mathrm{s}$



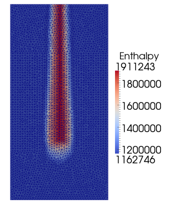
$t = 0.20\,\mathrm{s}$



$t = 0.40\,\mathrm{s}$

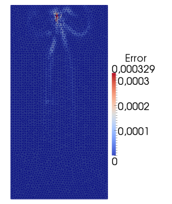


$t = 0.60\,\mathrm{s}$



$t = 0.80\,\mathrm{s}$

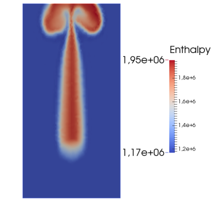
Enthalpie (avec - sans) diffusion thermique :



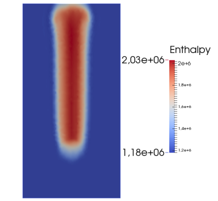
$t = 0.60\,\mathrm{s}$

Influence de la gravité

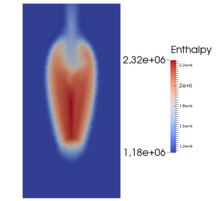
Enthalpie à $t = 0.60\,\mathrm{s}$:



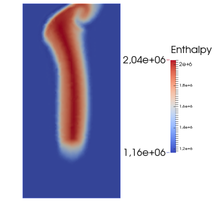
$g \downarrow$



$g = 0$



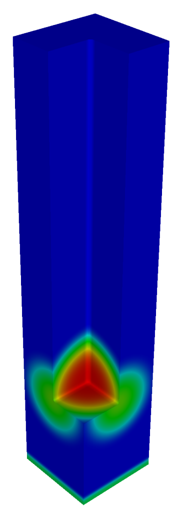
$g \uparrow$



$g \rightarrow$

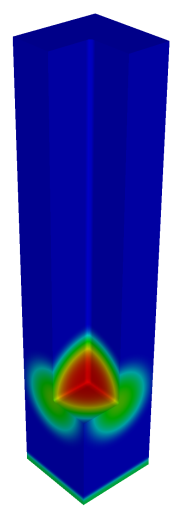
3D

Enthalpie



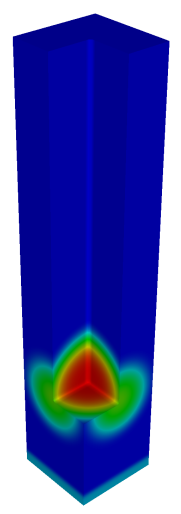
3D

Enthalpie



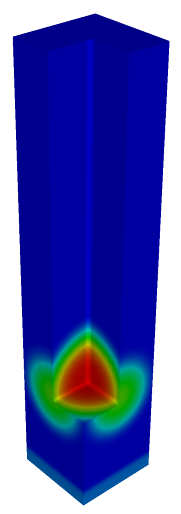
3D

Enthalpie



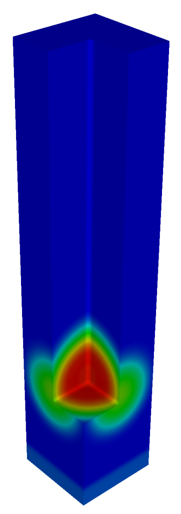
3D

Enthalpie



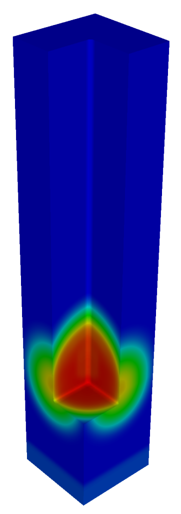
3D

Enthalpie



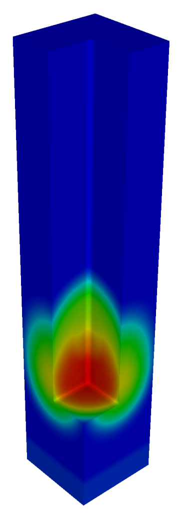
3D

Enthalpie



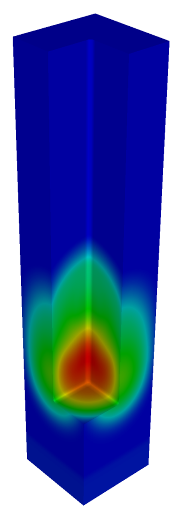
3D

Enthalpie



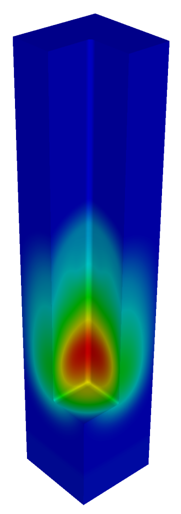
3D

Enthalpie



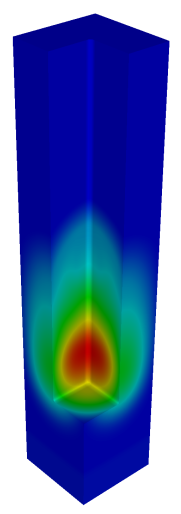
3D

Enthalpie



3D

Enthalpie



Section 6

Travaux en cours et Perspectives

- AXE ① Thermodynamique et équations d'état
- AXE ② Enrichissement de la modélisation
- AXE ③ Couplage avec la neutronique
- AXE ④ Construction et analyse de schémas numériques

AXE ① Thermodynamique et équations d'état

Appliquer les deux approches à d'**autres fluides caloporteurs** en fonction des données expérimentales disponibles (*e.g.* sodium, sel fondu, eau supercritique) :

- *caler* les paramètres d'une EOS de type NASG
- *construire* (trouver ?) une EOS analytique où c_P est une fonction affine de T (à pression constante)
- utiliser directement les données expérimentales en s'appuyant sur des **régressions polynomiales** à pression constante
- utiliser directement les données expérimentales en s'appuyant sur la **transformée de Legendre** (enveloppe concave) à pression constante

AXE ② Enrichissement de la modélisation

- Généraliser le modèle au cas où la **pression thermodynamique dépend du temps**.

- Construire et étudier une **hiérarchie de modèles** bas Mach dits modèles *n*-LMNC, limites bas Mach de modèles compressibles à *n* équations :
  - 4-LMNC : limite bas Mach du modèle HRM à 4 équations utilisé dans Flica4,
  - 5-LMNC : limite bas Mach du modèle à 5 équations utilisé dans le code Triton,
  - 6-LMNC : limite bas Mach du modèle isobare à 6 équations utilisé dans Cathare et Flica4,
  - 7-LMNC : limite bas Mach du modèle de Baer-Nunziato à 7 équations.

AXE ③ COUPLAGE AVEC LA NEUTRONIQUE

- *via* la densité de puissance Φ, qui devient fonction de l'enthalpie h via une section efficace Σ_f :

$$\Phi \rightsquigarrow \mathbb{E}\Sigma_f(h)\phi(t,x),$$

où ϕ est le flux de neutrons qui vérifie

$$\begin{cases} \frac{1}{V}\partial_t\phi - \operatorname{div}(D(h)\nabla h) + (\Sigma_a(h) - \nu\Sigma_f(h)(1-r))\phi - \lambda c = 0 \\ \partial_t c + \lambda c - \nu\Sigma_f(h)r\phi = 0, \end{cases}$$

et c est le flux de neutrons retardés.

- Autre formulation (point de vue du neutronicien) : lorsque l'enthalpie de sortie est connue, on ajoute un coefficient k_{eff} multiplicateur dans l'équation, qui est à déterminer.
- Analyse en 1D stationnaire

✏ S. DELLACHERIE and O. LAFITTE. *Une solution explicite monodimensionnelle d'un modèle simplifié de couplage stationnaire thermohydraulique-neutronique.* À paraître dans Annales mathématiques du Québec.

AXE ④. Construction et analyse de schémas numérique

Amélioration des performances des schémas pour le modèle LMNC

- Étude (en 1D) de la préservation de la positivité de la température quelle que soit la loi d'état
- Prise en compte de la conduction thermique (en 1D) : comparaison avec des solutions analytiques (NASG) et convergence vers des solutions faibles
- Étude du caractère bien posé de la formulation faible du modèle linéarisé (en 2D)
- Préservation de la masse
- Analyse des temps de calcul pour les différents schémas (3D)

Modélisation à plus grande échelle

- Couplage d'un modèle compressible avec un modèle bas Mach

✏ B. Després, Y. Penel and S. Dellacherie. *Coupling strategies for compressible – low Mach number flows.* ESAIM : Math. Models and Methods in Appl. Sci., 2015

- Analyse numérique pour le couplage avec la neutronique : résolution d'un problème aux valeurs propres en 1D stationnaire